

## Theorie der Hochstrombogensäule

Von KARL-HEINZ HÖCKER<sup>\*\*</sup> und WOLFGANG FINKELNBURG<sup>\*\*\*</sup>

(Z. Naturforschg. 1, 305—310 [1946]; eingegangen am 1. März 1946)

Es wird die Elenbaas-Hellersche Energiebilanz der Lichtbogensäule über die Rompe-Schulzsche Erweiterung (Energietransport infolge Ionisation der Gasmoleküle) hinaus durch ein neues Glied ergänzt, das dem Energietransport infolge der Dissoziation der Moleküle im Innern der Entladung Rechnung trägt. Die verschiedenen Anteile am Energietransport werden berechnet. Die Energiebilanz kann im Fall des Hochstrombogens durch eine Bessel-Funktion integriert werden. Es ergibt sich eine Mittelpunktstemperatur von  $\sim 11000^{\circ}$  K.

Der eine von uns hat in einer Reihe von Arbeiten gezeigt<sup>1</sup>, daß der Kohlelichtbogen bei hohen Stromstärken Eigenschaften annimmt, die sich von denen des Lichtbogens mäßiger Belastung grundsätzlich unterscheiden. Dementsprechend ist eine getrennte theoretische Behandlung des Nieder- und Hochstrombogens angezeigt. Wir sehen in der vorliegenden Arbeit von der Untersuchung der elektrodischen Vorgänge ab und betrachten nur die Bogensäule. In der Niederstromsäule beträgt die Stromstärke etwa 10Amp., die Leistung 150Watt/cm und die Feldstärke 15 Volt/cm. Der Hochstrombogen entsteht in Luft beim Überschreiten von 100 Amp.; dabei bildet sich die Säule zu einem „kontrahierten“ Entladungsschlauch um. Bei den von uns meist untersuchten 200-Amp.-Bogen herrscht in der Säule eine Stromdichte von 2000 bis 3000 Amp./cm<sup>2</sup>. Es wird bei einer Säulenfeldstärke von 10 Volt/cm eine Leistung von etwa 2000 Watt/cm umgesetzt. Während die zahlreichen Bestimmungen verschiedener Autoren für die Achsentemperatur der Niederstromsäule einen recht gesicherten Wert von etwas über 6000<sup>°</sup> K ergeben haben, deuteten eigene spektroskopische Abschätzungen für die Temperatur der Hochstrom-Säule auf einen Mindestwert von 10 000<sup>°</sup> K.

Die vorliegende Arbeit bringt die Theorie und den aus ihr folgenden radialen Verlauf der Temperatur und der Elektronendichte der Hochstrombogensäule. Wir gehen, wie frühere Autoren, von der Energiebilanz der Säule aus, nach der die je cm Säulenlänge verbrauchte elektrische Energie durch Strahlung und radiale Wärmeleitung abgeführt wird. Da beim Lichtbogen in Luft die Energieab-

gabe durch Strahlung verhältnismäßig gering ist, können wir uns auf die Berechnung des Wärmeleitvermögens beschränken. Es ergibt sich, daß bei der Hochstromsäule die Wärmeleitung der freien Elektronen allein entscheidend ist. Deshalb ist die Theorie der kontrahierten Säule einfacher zu behandeln als die der Niederstromsäule. Untersuchungen über die letztere werden später veröffentlicht werden.

Im folgenden bringen wir in Abschnitt 1 die allgemeine Differentialgleichung der Lichtbogensäule, im Abschnitt 2 die Berechnung der für die Hochstromsäule wesentlichen Anteile des Wärmeleitungscoeffizienten und in Abschnitt 3 die Integration der Differentialgleichung für den Fall der Hochstromsäule und die Ergebnisse.

### 1. Die Differentialgleichung

Die Tatsache, daß im stationären Zustand der Energieinhalt der Volumeneinheit konstant bleibt, drücken wir aus durch die Differentialgleichung

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r K \frac{dT}{dr} \right) = e b n E^2 - S. \quad (1)$$

Es sind  $r$  die radiale Koordinate der Säule,  $T$  die Temperatur,  $e$  die Elementarladung,  $b_e$  und  $b_i$  die Beweglichkeit der Elektronen und Ionen ( $b = b_e + b_i$ ),  $n$  die Elektronendichte, die gleich der Ionendichte ist,  $E$  die Feldstärke und  $S$  die ausgestrahlte Energie pro cm<sup>3</sup> und sec.  $K$  ist der „voll-

<sup>1</sup> W. Finkelnburg u. Mitarbeiter, Z. Physik 112, 305; 113, 562; 114, 734; 116, 214; 117, 344; 119, 206; 122, 714 [1939—1944]. W. Finkelnburg, Physik und Technik des Hochstromkohlebogens. Akad. Verlags-Ges. Leipzig 1944.

\* Kaiser-Wilhelm-Institut für Physik, Hechingen.  
\*\* z. Zt. Nördlingen.



ständige“ Wärmeleitungs koeffizient, der sich folgendermaßen zusammensetzt:

$$K = \kappa_a + \kappa_e + \kappa_i + \kappa_d. \quad (1a)$$

Dabei entsprechen  $\kappa_a$  bzw.  $\kappa_e$  dem Transport von Translationsenergie durch Moleküle, Atome und Ionen bzw. durch Elektronen. Bei starker Ionisierung ist  $\kappa_e \gg \kappa_a$ ;  $\kappa_i$  und  $\kappa_d$  tragen der Tatsache Rechnung, daß ein radial gerichteter Strom ionisierter und dissoziierter Teilchen vorhanden ist, die im Innern der Entladung entstanden sind und außen wieder rekombinieren. Dadurch wird die zur Ionisation und zur Dissoziation benötigte Energie transportiert. Es ist

$$\kappa_i = e U_i D_a d n / d T \quad (2a)$$

und

$$\kappa_d = \frac{1}{2} e U_d^N D_i d n_N / d T + \frac{1}{2} e U_d^O D_i d n_O / d T. \quad (2b)$$

Es ist  $U_i$  (Volt) die Ionisierungsenergie des Trägergases,  $D_a$  der Koeffizient der ambipolaren Diffusion ( $D_i < D_a < D_e$ ),  $D_i$  und  $D_e$  der Diffusionskoeffizient von Ionen und Atomen und von Elektronen,  $U_d^N$  (Volt) und  $U_d^O$  (Volt) die Dissoziationsenergie von Stickstoff- und Sauerstoffmolekülen.

Elenbaas und Heller berücksichtigen in ihren Theorien nur  $\kappa_a^2$ , Rompe und Schulz<sup>3</sup> nehmen  $\kappa_i$  hinzu, führen aber  $\kappa_d$  und  $\kappa_e$  nicht ein, das erstere, weil sie meistens an Quecksilberdampf als Trägergas denken, das zweite, weil sie sich auf den Niederstrombogen beschränken. Der Transport der Dissoziationsenergie ist, wenn auch in anderer Form, erstmals durch R. Mannkopff<sup>4</sup> berücksichtigt worden.

## 2. Grundlagen für die Berechnung des erweiterten Wärmeleitungs koeffizienten

Für die Wärmeleitungs koeffizienten  $\kappa_a$  und  $\kappa_e$  gilt nach der kinetischen Gastheorie

$$\kappa_a = \frac{k^{3/2} T^{1/2} f}{3 \pi^{3/2} M^{1/2} \delta^2} \quad (3a)$$

$$\kappa_e = \frac{4 \sqrt{2} k^{3/2} T^{1/2}}{\pi^{3/2} m^{1/2} \delta^2} \cdot \frac{n}{N - n}. \quad (3b)$$

<sup>2</sup> W. Elenbaas, Physica 1, 673 [1934]; G. Heller, Physica 6, 389 [1935].

<sup>3</sup> R. Rompe und P. Schulze, Z. Physik 113, 10 [1939]; R. Rompe, W. Thouret u. W. Weizel, Z. Physik 122, 1 [1944].

Es bedeuten  $k$  die Boltzmannsche Konstante,  $f$  die Zahl der Freiheitsgrade,  $m$  die Elektronenmasse,  $M = M(T)$  die mittlere Masse der bei der Temperatur  $T$  vorhandenen Moleküle, Atome und Ionen,  $\pi/4 \cdot \delta^2 = \pi/4 \cdot \delta^2(T)$  den mittleren Querschnitt der schweren Teilchen, der eine Funktion der Temperatur ist, 1. wegen der mit  $T$  variierten Gaszusammensetzung und 2. gemäß der Sutherland'schen Theorie. Der prozentuale Anteil der verschiedenen Atome und Moleküle in Luft ist aus Abb. 1 zu berechnen.

Die Temperaturabhängigkeit der Elektronendichte  $n$  ist durch die Saha-Eggertsche Theorie

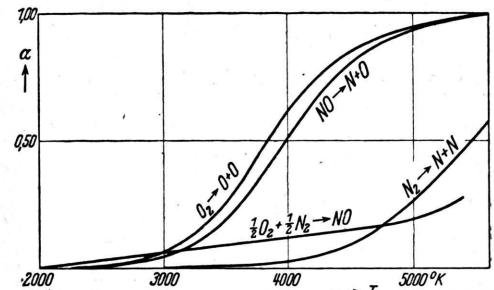


Abb. 1. Dissoziationsgrad  $\alpha$  von  $O_2$ ,  $N_2$  und  $NO$  als Funktion der Temperatur.

der thermischen Ionisation gegeben. Wir berechnen sie nach

$$\log \left( \frac{n}{N - 2n} \cdot P_e \right) = - U_i \cdot \frac{5040}{T} + \frac{5}{2} \log T - 0,48 + \log \frac{2 u_1}{u_0}. \quad (4)$$

$P_e = nkT$  ist der Partialdruck der freien Elektronen in bar; der Gesamtdruck beträgt 1 Atm. Das Glied  $\log 2 u_1 / u_0$  berücksichtigt die statistischen Gewichte der verschiedenen Quantenzustände<sup>5</sup>. Es ist für Stickstoff  $u_0 = 4$ ,  $u_1 = 9$ , für Sauerstoff  $u_0 = 9$ ,  $u_1 = 4$ . Die in Abb. 2 für verschiedene Ionisierungsspannungen wiedergegebenen Kurven  $n(T)$  sind sehr leicht aufzuzeichnen mit Hilfe des von Unsöld angegebenen Nomogramms der Saha-Gleichung<sup>6</sup>.  $n(T)$  dürfte für Temperaturen oberhalb 6000°, wo die Moleküle vollkommen dissoziert sind, mit den Ionisierungsspannungen der Atome  $U_i^N = 14,5$  V und  $U_i^O = 13,5$  V zu berechnen sein.

<sup>4</sup> Z. Physik 120, 228 [1943].

<sup>5</sup> Vergl. Unsöld, Physik der Sternatmosphären, Springer, Berlin 1938, S. 62 ff.

<sup>6</sup> A. Unsöld, Z. techn. Physik 16, 460 [1935]; Physik der Sternatmosphären, S. 868.

Wir untersuchen nun  $x_i$ . Die Werte des ambipolaren Diffusionskoeffizienten

$$D_a = \frac{b_i D_e + b_e D_i}{b_i + b_e} \quad (5)$$

mit

$$b = \frac{e \lambda}{2 m v} \quad (6)$$

sind aus Tab. 1,  $dn/dT$  aus Abb. 2 zu entnehmen.  $\lambda$  bedeutet dabei die freie Weglänge.  $x_i$  ist mit den

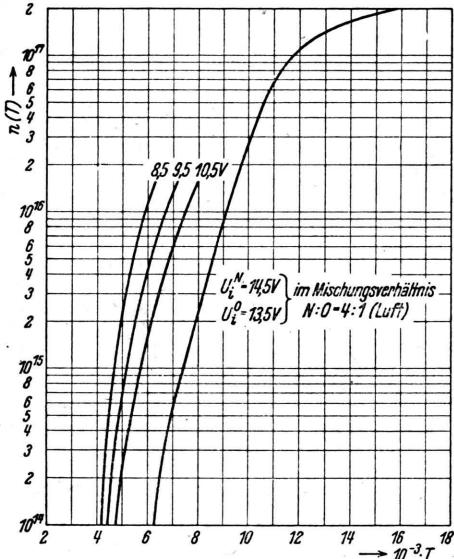


Abb. 2. Elektronendichte  $n(T)$  für eine mittlere Ionisierungsspannung von 8,5; 9,5 und 10,5 V und von 13,5 bzw. 14,5 V für O- und N-Atome im Mischungsverhältnis 1 : 4 (Luft).

anderen Wärmeleitungskoeffizienten nur vergleichbar im Gebiet hoher Ionisierung. Daher ist bei dessen Berechnung für  $n(T)$  nur die Kurve  $U_i^N = 14,5$  V und  $U_i^O = 13,5$  V zugrunde zu legen.

Für die Berechnung von  $x_d$  benötigen wir außer den Konstanten  $U_d^N = 7,35$  V und  $U_d^O = 5,09$  V die

Temperaturabhängigkeit von  $D_i$  und die Ableitungen  $dn_N/dT$  und  $dn_O/dT$ . Die letzteren sind aus Abb. 1 zu berechnen. Bildung und Dissoziation von NO spielen hier keine Rolle. Die Temperaturabhängigkeit des Diffusionskoeffizienten  $D_i(T)$  im Dissoziationsgebiet sowie von  $dn_N/dT$  und  $dn_O/dT$  ist aus Tab. 2 ersichtlich.

Das Ergebnis der Berechnung der Anteile des vollständigen Wärmeleitungskoeffizienten ist in Abb. 3 eingezeichnet.

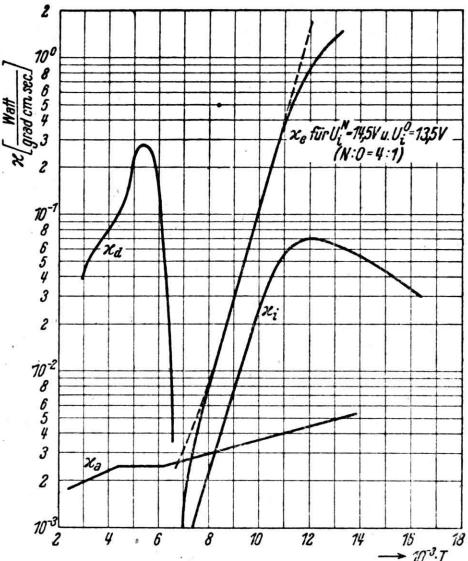


Abb. 3. Temperaturabhängigkeit der Anteile des vollständigen Wärmeleitungskoeffizienten für einen Bogen in Luft (gestrichelt: Annäherung für hohe Temperaturen durch die Funktion  $K_0 e^{\alpha T^2} \cdot T$ ).

$T$	3000	3500	4000	4500	5000	5500	6000
$D_i$	230	310	420	590	780	970	1170
$dn_N/dT$	0	1	2	3,2	5	4,5	$1,8 \cdot 10^{14}$
$dno/dT$	4	4,5	1,8	-0,9	-2,1	-1,4	$-1,0 \cdot 10^{14}$

Tab. 2. Temperaturabhängigkeit von  $D_i$ ,  $dn_N/dT$  und  $dno/dT$  im Dissoziationsgebiet.

### 3. Integration der Differentialgleichung (1) für den Fall des Hochstrombogens

Aus Abb. 3 ergibt sich, daß die Energieabgabe aus der Lichtbogensäule überwiegend durch die Wärmeleitung der Elektronen bewirkt wird, sobald die Temperatur höher als  $7000^\circ\text{K}$  wird. Vom Hochstrombogen wissen wir aus spektroskopischen

$T$	12000	11200	8000	6800	5000
$\lambda_i$	24,0	20,8	13,0	10,8	$7,9 \cdot 10^{-4}$ cm
$\lambda_e$	14,6	12,6	7,9	6,1	$4,5 \cdot 10^{-3}$ cm
$v_i$	4,4	4,2	3,6	3,2	$2,9 \cdot 10^5 \text{ emsec}^{-1}$
$v_e$	7,4	7,1	6,1	5,4	$4,8 \cdot 10^7 \text{ emsec}^{-1}$
$b_i$	5,2	4,9	3,4	3,1	$2,7 \cdot 10^4 \text{ cgs-Einh.}$
$b_e$	4,9	4,5	3,3	2,9	$2,5 \cdot 10^7 \text{ cgs-Einh.}$
$D_i$	3,6	2,9	1,6	1,2	$0,78 \cdot 10^2 \text{ cm}^2/\text{sec}$
$D_e$	3,1	3,0	1,6	1,1	$0,72 \cdot 10^5 \text{ cm}^2/\text{sec}$
$D_a$	7,1	5,8	3,3	2,3	$1,4 \cdot 10^2 \text{ cm}^2/\text{sec}$

Tab. 1. Zahlenwerte für die Lichtbogen in Luft.

schen Untersuchungen und Energieabschätzungen der Lichtbogensäule, daß die Temperatur höher als  $10000^{\circ}$  ist. Es liegt daher nahe, anzunehmen, daß die physikalischen Vorgänge in dem für den Hochstrombogen charakteristischen engen Entladungsschlauch, der „kontrahierten Säule“, durch diese wesentlich veränderte Wärmeleitung bedingt sind.

Da die Berechnung des Wärmeleitungscoeiffizienten  $\kappa_e$  nach Gl. (3) wegen der Schwierigkeiten in der Frage nach der Größe der freien Weglänge  $\lambda_e$  bei hoher Ionisation (Einfluß der Mikrofelder) ungenau ist, suchen wir uns von speziellen Annahmen über die freie Weglänge der Elektronen unabhängig zu machen. Wir ziehen dazu das Wiedemann-Franzsche Gesetz heran, nach dem der Wärmeleitungscoeiffizient der Elektronen proportional zur Temperatur und zur elektrischen Leitfähigkeit ist. In dem Temperaturbereich, in dem  $\kappa_e$  praktisch identisch ist mit dem vollständigen Wärmeleitungscoeiffizienten  $K$ , gilt dieses Gesetz auch für  $K$ . Wir erläutern unser Vorgehen am Beispiel der 200-Amp.-Hochstrombogensäule.

Zunächst zeigen wir, daß der Wärmeleitungscoeiffizient der Elektronen alle anderen überwiegt.

Die Säule unseres 200-Amp.-Bogens hat einen Durchmesser von etwa 0,35 cm. Er ist dadurch definiert, daß außerhalb dieses Bereiches Färbung und Spektrum der Hochstromentladung denen der Niederstromentladung zu gleichen beginnen. Dieses Gebiet muß eine besonders hohe Ionisierung aufweisen und kann praktisch als der allein stromführende Teil der Entladung angesehen werden. Daher beträgt die mittlere Stromdichte dieses Bereiches  $i = 200/\pi \cdot 0,175^2 = 2100$  Amp./cm<sup>2</sup>. Da die mittlere Feldstärke in der Säule aus eigenen Messungen mit etwa 10 V/cm bekannt ist, können wir aus dem Ohmschen Gesetz

$$i = \sigma E \quad (7)$$

einen Mittelwert für die Leitfähigkeit berechnen:

$$\bar{\sigma} = 1,9 \cdot 10^{14} \text{ cgs-Einheiten.} \quad (8)$$

Durch das Wiedemann-Franzsche Gesetz wird  $\sigma$  mit dem den Elektronen zukommenden Wärmeleitungscoeiffizienten  $\kappa_e$  verknüpft:

$$\kappa_e/\sigma = 2(k/e)^2 T. \quad (9)$$

Wenden wir (9) auf den Bereich der Säule in unserem 200-Amp.-Bogen an, so ergibt sich

$$\bar{\kappa}_e = 2(k/e)^2 \bar{T} \bar{\sigma} = 3 \cdot 10^5, \quad (10)$$

wenn man für  $\bar{T} 10000^{\circ}$  K einsetzt. Dieser Mittelwert ist vergleichbar mit dem Maximalwert von  $\kappa_e$ , der allein für die Konkurrenz mit  $\kappa_e$  in Frage käme (vergl. Abb. 3). Da aber bei der Mittelung die niedrigeren Werte wegen der Multiplikation mit  $r^2$  stark berücksichtigt werden, können wir sicher sein, daß die Wärmeleitung praktisch nur durch Elektronen besorgt wird. Diese Kenntnis reicht aus, um die Differentialgleichung (1) für die kontrahierte Säule zu integrieren. Dabei wollen wir künftig die Hochstrombogensäule so definieren, daß für sie und nur für sie  $K$  identisch ist mit  $\kappa_e$ . Dadurch präzisieren wir die oben gegebene experimentelle Definition der Hochstrombogensäule. Wir werden später die Übereinstimmung beider Definitionen erkennen.

Unter Benutzung des Wiedemann-Franzschen Gesetzes schreibt sich die Differentialgleichung (1)

$$-\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \kappa_e \frac{dT}{dr} \right) = \frac{1}{2} (e/k)^2 \cdot \kappa_e / T \cdot E^2. \quad (11)$$

Wir können  $\kappa_e$  zwischen  $8000$  und  $11000^{\circ}$  gut durch die Funktion

$$\kappa_e = K_0 e^{\alpha T^2} T \quad (12)$$

approximieren, wobei  $\alpha = 6 \cdot 10^{-8}$  Grad<sup>-2</sup> und  $K_0 = 0,23$  cgs-Einheiten =  $0,23 \cdot 10^{-7}$  ist. Wir wählen gerade diese Funktion, weil mit ihr die Differentialgleichung (11) exakt integriabel ist. Man erhält

$$e^{\alpha T^2} = A J_0(\beta r), \quad (13)$$

wobei  $J_0$  die Bessel-Funktion nullter Ordnung ist und  $\beta$  eine Zusammenfassung von Konstanten darstellt:

$$\beta = E \cdot e/k \cdot \sqrt{\alpha}. \quad (14)$$

Entnehmen wir  $E$  aus unseren eigenen Messungen mit 10 V/cm, so wird  $\beta = 28,6$ . Aus Gl. (13) folgt

$$T = \sqrt{\frac{\ln J_0(\beta r) + \ln A}{\alpha}} \quad (15)$$

und

$$n = \frac{K_0 e}{2 b k^2} A J_0(\beta r). \quad (16)$$

Die Gln. (15) und (16) enthalten noch die Konstante  $A$ , die wir durch Integration über die Stromdichte bestimmen. Es muß sein

$$\int i d f = 2 \pi e \int_0^{r_1} b E n r dr = I = 200 \text{ Amp.} \quad (17)$$

Daraus folgt

$$A = \frac{k \sqrt{\alpha} I}{\pi e K_0 r_1 J_1(\beta r_1)} \quad (18)$$

$r_1$  ist derjenige Radius, bis zu dem die Integration zu erstrecken ist. Nun ist ja unser Ansatz (12) beschränkt auf die kontrahierte Säule. Die Gln. (15) und (16) müssen daher falsch werden, sobald wir auf Temperaturen kommen, die nicht mehr der kontrahierten Säule zuzuschreiben sind. Da die Mittelpunktstemperatur der Niederstrombogensäule zwischen 6- und 7000° liegt, ist es sinnvoll, die Gültigkeit des nach (15) berechneten Temperaturverlaufs bei etwa 7500° zu begrenzen. Entsprechendes gilt auch für den nach (16) berechneten  $n(r)$ -Verlauf. Für die Integration über die Stromdichte ist es nun statthaft, die Integration trotzdem bis zur ersten Nullstelle der Bessel-Funktion  $J_0$  zu erstrecken, da die Außenbezirke zum Stromtransport wenig beitragen. Man denke an den Gegensatz zwischen Niederstrombogen mit etwa 10 Amp. und Hochstrombogen mit 200 Amp. Der Radius  $r_1$ , der als obere Grenze des Integrals in Gl. (17) auftritt, ist also dadurch bestimmt, daß

$$\beta r_1 = x_1 \quad (19)$$

ist, wobei  $x_1 = 2,40$  die erste Nullstelle von  $J_0$  ist. Unter Berücksichtigung von (14) erhält man

$$r_1 = 0,084 \text{ cm}. \quad (20)$$

Für  $A$  gilt dann

$$A = \frac{E \cdot \alpha \cdot I}{\pi \cdot K_0 \cdot x_1 \cdot J_1(x_1)} = 1330. \quad (18a)$$

Der Verlauf der Elektronendichte ist in Abb. 4 wiedergegeben. Die Achsentemperatur der Bogensäule ist nach (15) •

$$T_0 = 11000^\circ K.$$

Die Temperatur von 7500° wird erreicht bei  $r = 0,0839$  cm. Dieser Wert ist auffallend, denn er steht mit unseren Beobachtungen nicht im Einklang. Er bedeutet doch, daß hier die Grenze der kontrahierten Säule liegen sollte, während nach den Beobachtungen der doppelte Wert zu erwarten ist.

Dieses Ergebnis ist abhängig von zwei Annahmen, die wir jetzt diskutieren wollen. Die erste ist die Gültigkeit des Wiedemann-Franzschen Gesetzes für die Bogensäule in der Form (9), die zweite ist der Verlauf der Kurve  $z_e$ , wie er in Abb. 3 dargestellt ist.

Die grundsätzliche Anwendbarkeit des Wiedemann-Franzschen Gesetzes erscheint durch die an die Gln. (7) bis (10) geknüpften Über-

legungen zur Genüge erwiesen zu sein. Sie wird durch eine Verkleinerung des Radius der kontrahierten Säule, wie sie die Rechnung ergab, noch unterstrichen. Es ist aber wichtig zu beachten, daß wir die elektrische Leitfähigkeit meinen in der Richtung der Entladung, dagegen die Wärmeleitung senkrecht dazu. Durch diesen Unterschied könnte ein Fehler in die Betrachtung hineinkommen, und zwar dadurch, daß die Bewegung der Elektronen axial eine andere ist als radial. Denn wegen der negativen Aufladung der Randzone bewegen sich die Elektronen in der radialen Richtung ambipolar, während dieses Hemmnis für die Bewegung der Elektronen in der Längsrichtung nicht besteht. Um diesen möglichen Effekt abzuschätzen, setzen wir für die freie Weglänge der Elektronen in der radialen Richtung die freie Weglänge der Ionen ein. Das bedeutet, daß an die Stelle des Faktors 2 in Gl. (9) der Faktor  $1/2$  tritt. Dieses würde jedoch eine Abänderung in der entgegengesetzten Richtung bedeuten: Wir erhielten den doppelten Wert von  $\beta$  und demzufolge würde der errechnete Radius noch weiter — bis auf 0,042 cm — schrumpfen.

Eine Herabsetzung der freien Weglänge der Elektronen verändert auch die Kurve  $z_e$ . Doch ist die Abänderung kaum merklich. Wegen der im vorigen Abschnitt erkannten groben Abweichung in falscher Richtung, brauchen wir Feinheiten hier nicht zu diskutieren. Sie wirken sich lediglich in einer Abänderung der Rechengröße  $K_0$  aus. Anders wird es, wenn die Herabsetzung von  $\lambda$  erst bei höheren Temperaturen erfolgt, was infolge von steigender Ionisierung des Plasmas möglich ist. Doch um den beobachteten Radius aus der Rechnung zu erhalten, müßte  $\alpha$  auf ein Viertel seines Wertes verkleinert werden. Das bedeutet, daß  $z_e$  von 8000 bis 11000° nur auf das 2,3-fache zunimmt. Die dazu notwendige Variation von  $\lambda$  um Größenordnungen ist physikalisch unsinnig, ganz abgesehen davon, daß die Elektronenwärmeleitung nicht mehr überwiegen würde, wie wir aus den Beobachtungen heraus geschlossen haben. Eine physikalisch denkbare Herabsetzung der freien Weglänge der Elektronen für die radiale Richtung kann also für die Diskrepanz nicht ursächlich sein.

Nachdem wir die in unserer Rechnung liegenden Möglichkeiten zur Beseitigung der Diskrepanz ohne Erfolg diskutiert haben, bleibt als weitere Vermutung, daß die elektrische Feldstärke

um einen Faktor 2 falsch gemessen wurde und nur  $5 \text{ V/cm}$  beträgt. Nehmen wir dies einmal als richtig an, so wird  $\beta = 14,3$  und der Radius der kontrahierten Säule ungefähr  $0,17 \text{ cm}$ , die Mittelpunkts temperatur  $T_0$  reduziert sich auf  $10400^\circ$ , ist also gegen derartige Änderungen relativ unempfindlich. Der Verlauf der Elektronendichte bei der Feldstärke von  $5 \text{ V/cm}$ , ist in Abb. 4 eingetragen.

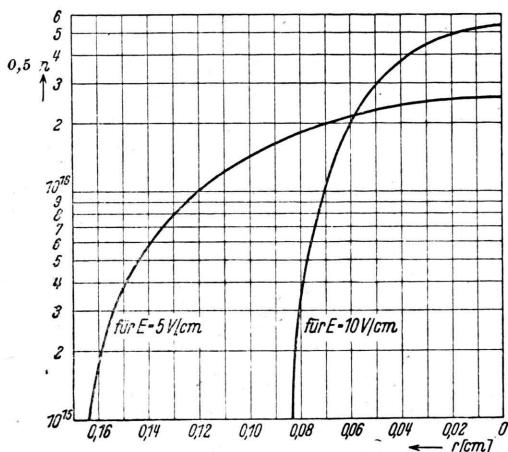


Abb. 4. Elektronendichte in der kontrahierten Säule eines 200-Amp.-Hochstrombogens bei einer Säulenfeldstärke von  $5$  und  $10 \text{ V/cm}$ .

Eine andere Deutungsmöglichkeit, die sich uns anbietet, ist anzunehmen, daß der leuchtende Kern der Entladung die Nachbargebiete überstrahlt und damit das Beobachtungsergebnis über den Radius der Säule gefälscht hat.

Eine, in dieser Richtung liegende, aber tiefer gehende Überlegung wäre folgende: Es ist nicht unmöglich, daß bei Temperaturen um  $8000^\circ$  nicht nur die Elektronenwärmeleitung die Energieabfuhr besorgt, sondern daß hier bereits die den Niederstrombogen maßgeblich bestimmende Energieableitung durch Konvektion der umgebenden Luft von Bedeutung wird. Dann wäre unsere Rechnung nur bis zu dieser Temperatur zutreffend. Unterhalb würde  $\alpha/\sigma$  wesentlich schwächer abfallen, als es in der Rechnung der Fall ist. Das bewirkt, daß die  $T(r)$ -Kurve hier sehr viel flacher verläuft. Ebenso würde die  $n(r)$ -Kurve der Abb. 4 für  $E = 10 \text{ V/cm}$  bei  $n \approx 2 \cdot 10^{15} \text{ Elektronen/cm}^3$  in einen flacheren Abfall übergehen. Wir möchten die Beobachtungen so deuten, daß sie den die kontrahierte Säule begrenzenden Radius  $r = 0,175$  bei einer Elektronendichte von  $1/2 - 1 \cdot 10^{15} \text{ Elektronen/cm}^3$ , also etwas mehr als der maximalen Elektronendichte des Niederstrombogens, erreicht. Quan-

tatives ist natürlich hier, so lange das Turbulenzproblem für die Säule nicht gelöst ist, nicht zu sagen. Am Ladungstransport würde dieses Gebiet jedenfalls nur mit etwa  $5\%$  beteiligt sein, so daß die Ausdehnung der kontrahierten Säule im Sinne der früher gegebenen Definition nicht mehr übereinstimmen würde mit dem, was optisch als solche erscheint.

Welche von den beiden Deutungsmöglichkeiten die wahrscheinlichere ist, können wir nicht entscheiden. Vielleicht geben experimentelle Untersuchungen in der nächsten Zeit vor allem über die elektrische Feldstärke neue Unterlagen.

Wir haben in dieser Arbeit die Elenbaassche Differentialgleichung, die die Energiebilanz im Lichtbogen darstellt, über die Rompe-Schulzsche Ergänzung hinaus durch ein neues Glied, das den Transport der Dissoziationsenergie betrifft, erweitert. Wir haben die verschiedenen Wärmeleitungs koeffizienten in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur untersucht und damit die Grundlage für eine Integration der Energiebilanz gelegt. Für hohe Temperaturen ( $> 7000^\circ \text{ K}$ ) erweist sich lediglich die Wärmeleitung durch Elektronen von maßgebender Bedeutung. Wegen des einfachen Zusammenhangs des Wärmeleitungs koeffizienten für Elektronen mit der elektrischen Leitfähigkeit (Wiedemann-Franz'sches Gesetz) ist eine Integration der Energiebilanz für die Bogensäule hier besonders einfach. Das bedeutet, daß die Behandlung des Hochstrombogens, dessen Achsentemperatur wesentlich oberhalb  $7000^\circ$  liegt, leichter ist als die des Niederstrombogens.

Da es für die Niederstrombogen keine so einfache Beziehung zwischen Wärmeleitungs koeffizient und Leitfähigkeit gibt, ist dort ein grundsätzlich anderes Integrationsverfahren notwendig. Es kommen aber noch weitere Schwierigkeiten hinzu. Während wir beim Hochstrombogen in der kontrahierten Säule, die für den Ladungstransport von entscheidender Bedeutung ist, einheitlich ein atomares Gas haben, gibt es das beim Niederstrombogen nicht. Neben Atomen treten in dem für den Ladungstransport maßgeblichen Bereich auch Moleküle auf, deren Ionisierungsspannung verschieden ist von der der Atome. Dadurch wird das ganze Problem komplizierter. In einer weiteren Arbeit werden wir diese Fragen untersuchen.

Hrn. Waldmann danken wir für den Hinweis auf die Approximation der Lösung von (11) durch Bessel-Funktionen, Hrn. Bopp für sein Interesse an der Diskussion des Ergebnisses.